34.6.F.22

MARINI GHETALDI PATRICII RAGVSINI

NON NVLLÆ PROPOSITIONES DE PARABOLA.

Nunc primum inuentæ & in lucem editæ.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ROMAE,
Apud Aloyſium Zannettum. MDCIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

CHRISTOPHORO CLAVIO
Mathematico præſtantiſsimo.

Marinus Ghetaldus S. P. D.

EN tandem quem ab inuito expreſſiſti primus ingenij mei de parabola fœtus; tempeſtiuam dicam aſſecutum maturitatem? quid ſi immaturum, & intempeſtiue prolatum, aliena culpa non mea? prodit nunc è tenebris ad aliquam honoris lucem, nõ ad plauſum: ſtultus ſim ſi ab imbecillitate mea hoc impetrem, quid ſi à te doctiſſime Claui? imbecillitatem igitur reprehendant alij, non ſtudium: irruant in alienam laudem inuidi, efferantur inopinatæ prædæ certiſſima ſpe, illorum audaciam, vna tua contundet auctoritas; nec, dum lucem quæro, offendam temere, pedemq; cum dedecore ſine ſpe laudis referam. conformaui, & effinxi laborioſiſſime: ſtudioſiſſime complexus ſum: foui diligentiſſime: vires, & incrementum induſtriæ debebunt meæ, lucem tuæ tum humanitati, tum beneuolentiæ. piæ fortaſſe cuiuſdam impietatis ſpecie recentem, & infirmum adhuc partum exponi nolebã inuidorum morſibus, & obtrectatorum calumnijs, cum interim paterer in tenebris illum, vel ad æternam obliuionem, vel ad interitum conſeneſcere. reuocas è tenebris ad lucem, ad vitam ab interitu; vt qui non iniuria pernicioſam nobis induſtriam obieciſſet, lucem omnem, omnem vni tibi vitã debere ſe nunc fateretur. parum ergo tibi videbatur, ſi aditum ad tuã familiaritatem homini obſcuro patefeciſſes, niſi eumdem ad ſempiternam gloriã, ad nominis immortalitatem incitaſſes? Si aliorum idem quod tuum de me iudicium quid expaueſcam? tu mihi vnus inſtar omnium; ſi vni tibi probatos induſtriæ meæ fructus intellexero,

quid me beatius? effeciſti iam vt non tam mihi ſit ambigendũ de poſteritatis memoria, quàm enitendum, vt de me cõcitatam apud te opinionem, apud ceteros tuear etiam, atque ſuſtineam. Tenuitatis igitur meæ conſcius te vnum laudis, & exiſtimationis meæ patronum adoptaui, vt qui ab inuidorum morſibus, & calumnijs mihi timebam, nihil non expectarem ab honeſtiſſimo tuo patrocinio. Euocauit iam pridem è patria, quæ non ſolum apud Jtalos; verum apud remotiſſimas etiam nationes ingenij tui fama percrebuerat; quod paſſim in celeberrimis tuis monumentis admirabile ingenij tui acumen deprehenderam, quale illud coram, Deus immortalis? veſtigium illa præſtantiſſimi acuminis, ceterum præſtantiora cohibere te, non vt opprimeres, ſed ne illorum ſplendore aliorum tenuitatem perſtringeres; in familiari congreſſu, quæ decora, quæ ornamenta? allicere puto voluiſti maximarum rerum copia, & amplitudine, allexiſti, & hoc nomine obſeruantiæ in te meæ fructum conſecutum me maximum velim ſcias, quod beneuolentiç tuæ, quod humanitati debeo. Tuere perhumaniter, quem inuſitato beneficio obligatum tibi voluiſti; non vulgare patrocinium tantum ex ipſius ſapientiæ accerſitum domicilio; non humile, non infirmum ad quam laudem non muniet aditum? obſeruantiam igitur in te meam rudis hic, & impolitus ingenij mei fœtus è Mathematicç diſciplinæ latibulis erutus declarabit: idem luce patrocinij tui cohoneſtatus, beneuolentiam erga me tuam patefaciet: intelligent ſapientes viri, quo in numero habendus tu ſis, quid ego tibi debeam; dum tu alijs, quam tenes ampliſſimam, non inuides gloriam, dum ipſe laudem illam, quam ex tanti viri patrocinio non mediocrem mihi polliceor, vni tibi acceptam refero. ſic fiet, vt quem ego fructum ex obſeruantia mea, tu ex optima tua voluntate cupiebas, vtriq; noua hac, ſed ſingulari amoris teſtificatione conſequamur vberrimum. Vale. Romæ ix. Kal. Aprilis MDCIII.

ERVDITO LECTORI.

EA vis eſt humani ingenij, Lector humaniſſime, vt quo plures, et maiores ei diſficultates in præclariſſimarum rerum indagatione præſtruuntur, eo ardentius ad eas ſuperandas incendatur & inflãmetur. Quod nuper a me experimento eſt comprobatum in indaganda ratione parabolici ſpeculi fabricandi. Nam cum ſuperioribus annis apud Plutarchum in Numa animaduertiſſem, in Græcia ignem quendam perennem, qui à mulieribus quibuſdam per ætatem ad coniugium ineptis cuſtodiebatur, ſi caſu aliquo extinctus fuiſſet, non licuiſſe ex alio igne renouari, ſed puram et ſinceram flammam è ſolis radijs excitandam fuiſſe, eamq; ad rem illos quodam inſtrumento vſos (ſcapham appellabant) excauato in modum turbinis rectanguli, quo, ſi aduerſo ſoli apponeretur, fieret, vt radij ſolares in circunferentiam vndiq; incidentes concurrerent omnes ad centrum, et quàm citiſſime appoſitam quamcumq; materiam inflammarent, quo loco Plutarchus ſignificat talia ſpecula ad parabolæ formã fuiſſe excauata, quæ ex turbinis ſeu coni recti rectanguli ſectione generatur; & ex Orontio in præfatione libri de ſpeculo vſtorio didiciſsé, inter omnia ſpecula quæ appellantur vſtoria ea facilius, & celerius flammam excitare, quæ ſic excauata ſunt, vt in eorum ſuperficiem radij ſolares incidentes ad vnum certum, & commune punctum refrangantur, in quo à Plutarcho non diſſentit, nam id ei ſoli affirmat accidere ſpeculo, quod in formã ſectionis recti atque rectanguli coni, quæ parabola dicitur,

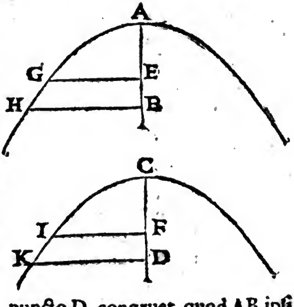
fuerit

ſuerit excauatum. idemq́ʒ ex Vitellione animaduertiſſem, qui ad conſtruenda ſpecula ignem celeriter generantia vtitur parabola coni recti rectanguli, cum de huiuſmodi parabolæ generatione agit Propoſ. 98. lib. primi ad quam ſe refert in 39. prop. & ſequentibus lib. 9. vbi de prædictis ſpeculis multa cõmentatur. eo maius atque ardentius huiuſmodi ſpeculi conſtruendi, deſiderium in me eſt excitatum, quo maiorem animaduertebam difficultatem. Qua in re cum à me ea opera eſſet nauata, vt tandem aliquando anno ſuperiori propoſitum ſim aſsecutus, illud præterea commodi accidit, vt ex accurata conſideratione repererim, id non ſolum ei accidere ſpeculo, quod in formam parabolæ recti atque rectanguli, coni eſt excauatum, ſed præterea his, quæ à parabola coni acutianguli, obtuſianguli, & ſcaleni etiam fuerint deſcripta. contra communem omnium ſententiam, qui de parabola hucvſque ſcripſerunt, & quod mentis humanæ intelligentiam ſuperare videtur inuenerim, cuiuſcunq́ʒ coni parabolam eandem eſſe, quæ coni recti rectanguli. Quæ à me nuper inuenta, & demonſtrata niſi protuliſsem in medium inuidere merito viſus eſſem communi omnium vtilitati.

MARINI GHETALDI PATRICII RAGVSINI Propoſitiones de Parabola.

THEOREMA I. PROPOS. I.

SI ſint duæ parabolæ, & ad diametrum vnius ordinatim applicentur quotcumque rectæ lineæ, totidem quoque ordinatim applicentur ad alterius parabolæ diametrum, ita vt ſegmenta diametri vnius, interiecta inter verticem, & applicatas, ſint æqualia ſegmentis diametri alterius, inter verticem, & applicatas interiectis, ſingula videlicet ſingulis, ſint autem & applicatæ applicatis æquales, ſingulæ, ſingulis, & anguli contenti applicatis, & diametro vnius, æquales angulis contentis applicatis, & diametro alterius. altera alteri parabolæ eadem erit.



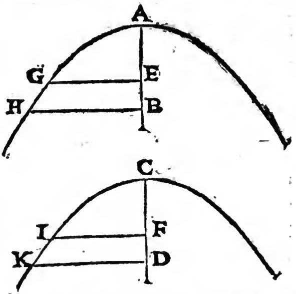
SINT duæ parabolæ quarum diametri AB, CD, & ad AB, ordinatim applicentur quotcunq; rectæ lineæ GE, HB, totidem quoq; ad CD, ordinatim applicentur IF, KD, ita vt ſegmentis AE, AB, ſint æqualia ſegmenta CF, CD, ſingula videlicet ſingulis, Sint autem & applicatæ, GE, HB, applicatis IF, KD, æquales ſingulæ ſingulis, & angulus AEG, æqualis angulo CFI. Dico parabolam AGH, parabolæ CIK, eandem eſſe. Punctũ enim A, poſito in C, recta vero linea AB, in ipſa CD, punctum B, puncto D, congruet, quod AB, ipſi CD,

CD, ſit æqualis; congruente autem AB, ipſi CD, congruet BH, ipſi DK, cum angulus ABH, ſit æqualis angulo CDK, quare & H, congruet ipſi K, eſt enim BH, æqualis DK: eadem ratione oſtendetur & punctum G, puncto I, congruere, & omnia puncta, quæ ſunt in vna parabola omnibus, quæ ſunt in altera: quare & parabola parabolæ congruet. congruente igitur parabola AGH, parabolæ CIK, altera alteri eadem erit, quod erat oſtendendum.

THEOREMA II. PROPOS. II.

SI recta linea ordinatim applicata ad diametrum vnius parabolæ ſit æqualis rectæ lineæ ordinatim applicatæ ad alterius parabolæ diametrum, ſit autem & ſegmentum diametri vnius interiectum inter verticem, & applicatam, æquale ſegmento diametri alterius inter verticem, & applicatam interiecto, ſitque angulus contentus applicata, & diametro vnius, æqualis angulo contento applicata, & diametro alterius, altera alteri parabolæ eadem erit.

SINT duæ parabolæ, quarum diametri AB, CD, & ad AB, ordinatim applicata HB, æqualis ſit ipſi KD, ordinatim applicatæ ad CD, ſit autem & ſegmentum AB, diametri æquale ſegmento CD, diametri, & angulus ABH, æqualis angulo CDK, Dico parabolam AH, parabolæ CK, eandem eſſe, ſumatur enim in diametro AB, quoduis punctum E, & ipſi AE, æqualis ponatur CF, & ordinatim applicentur GE, IF, quoniam igitur æquales ſunt AB, CD, & æquales quoque AE, CF, erit vt AB, ad CD, ita AE, ad CF, æqualis videlicet ad æqualẽ, & permutãdo vt AB, ad AE, ita CD, ad CF, * ſed vt AB, ad AE, ita eſt quadratũ HB, ad quadratũ GE, & * vt CD, ad CF, ita quadratum KD, ad quadratum IF, ergo vt quadratum HB, ad quadratum GE, ita erit quadratum KD, ad quadratum IF, quare vt HB, ad GE, ita KD, ad IF, & permutando vt HB, ad KD, ita GE, ad IF,



20. 1. Apoll.

20. 1. Apoll.

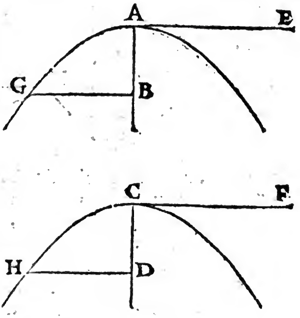
ſunt

ſunt autem H*B*, KD, æquales, ergo & GE, IF, erunt quoque æquales: quare ex antecedente Theoremate parabola AH, parabolæ CK, eadem erit, quod erat oſtendendum.

THEOREMA III. PROP. III.

SI duæ parabolæ recta latera æqualia habeant, anguli autem, quos conſtituunt ordinatim applicatæ cum diametro vnius ſint æquales angulis, quos ordinatim applicatæ cum diametro alterius conſtituunt, altera alteri parabolæ eadem erit.

Habeant duæ parabolæ, quarum diametri A*B*, CD, latera recta AE, CF, æqualia, anguli autem quos conſtituunt ordinatim applicatæ cum diametro A*B*, ſint æquales angulis, quos ordinatim applicatæ cum diametro CD, conſtituunt. Dico parabolam A, parabolæ C, eãdem eſſe. Sumantur enim A*B*, CD, æquales, & ordinatim applicentur G*B*, H*B*, quoniam igitur æquales ſunt AE, CF, & æquales quoque A*B*, CD, rectãgulum BAE, æquale erit rectãgulo DCF, ſed * rectangulum *B*AE, æquale eſt quadrato G*B*, & 11. 1. *Apoll.*

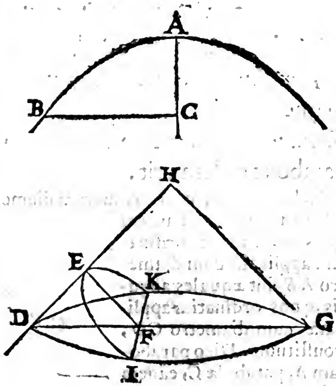


rectangulum DCF, * æquale quadrato HD, ergo quadratum G*B*, æquale erit quadrato HD, quare & recta GB, æqualis rectæ H D, ſed & A *B*, æqualis eſt CD, & angulus A*B*G, æqualis angulo CDH, ergo ex antecedente Theoremate parabola A, parabolæ C, eadem erit, quod erat oſtendendum.

THEOREMA IV. PROP. IV.

CViuſcunque coni parabola parabolæ coni recti rectanguli eadem eſt.

SIT cuiuſcunque coni parabola A*B*, cuius diameter AC. Dico parabolam A*B*, parabolæ coni recti rectanguli eandem eſſe. Sumatur enim quoduis punctum *B*, in ſectione, & ab eo ad AC, ordinatim applicetur *B*C, & ſit primum angulus AC*B*, rectus, hoc eſt diameter AC, ſit axis, & ſumantur duæ rectæ lineæ DE, EF, æquales ipſi AC, & inclinentur ad angulos rectos, iunctaque DF, producatur, & fiat quadrato *B*C, æquale rectangulum DFG, & per G, ducta ipſi FE, parallela GH, ſecet DE, productam in H, erit igitur angulus ad H, æqualis angulo DEF, & ideo rectus, nam rectus eſt & ipſe DEF, & quoniam æquales ſunt DE EF, angulus ad D, æqualis erit angulo EFD, hoc eſt HGD, quare HD, æqualis erit HG. Itaque circa diametrum DG, deſcribatur circulus DIG, rectus ad triangulum DHG, & intelligatur conus, cuius vertex punctum H, baſis circulus DIG. erit, igitur is conus rectus rectangulus, quoniam DH, æqualis eſt HG, & angulus ad H, rectus. Deinde ſecetur conus per EF, plano ſecante circulum DIG, ſecundum rectam lineam IFK, perpendicularem ipſi DG,



11. 1. *Apoll.* & faciat ſectionem in ſuperficie coni lineam IEK, ea*igitur ſectio erit parabola: nam eius diameter EF, parallela eſt lateri HG, trianguli per axem.

Et quoniam IF, perpendicularis eſt ad DG, diametrum circuli, rectangulum DFG, æquale erit quadrato IF, ſed & quadratro *B*C, eſt æquale, ex conſtructione, ergo quadratum IF, æquale erit quadrato *B*C, & conſequenter, recta IF, æqualis rectæ *B*C. Et quoniam triangu-

Def. 4. lum DHG, rectum eſt ad circulum DIG, communi autem eorum ſe-

11. *Ele.* ctioni DG, perpendicularis eſt IF, *erit IF, perpendicularis ad triangu-

Def. 3. lum DHG, quare* & ad omnes rectas lineas, quæ ipſam IF, contingunt

11. *Ele.* & in eodem ſunt plano, ergo & ad EF.

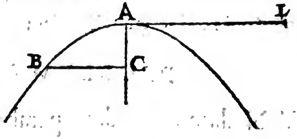
Itaque quoniam ordinatim applicata IF, æqualis eſt ordinatim applicatæ *B*C, & ſegmentum EF, diametri interiectum inter verticem & applicatam, æquale ſegmento AC, diametri inter verticem & applicatam

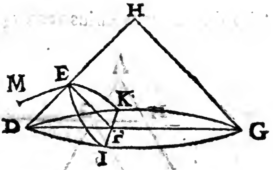
tam

tam interiecto, eſt autem & angulus EFI, æqualis angulo AC*B*, vterque enim rectus eſt, erit ex Theorem. 2. parabola IEK, parabolæ *B*A, eadem.

Aliter exiſtente angulo ACB, recto.

SIT parabola vt ſupra A*B*, cuius axis AC, latus vero rectum AL, oſtendendum eſt parabolam A*B*, eandem eſſe parabolæ coni recti rectanguli. Exponatur enim conus rectus rectangulus, cuius vertex punctum H, baſis circulus DIG, & ſecetur plano per axem, quod faciat ſectionem triangulum HDG deinde ſumatur HE, æqualis dimidiæ AL, ipſi vero HG, agatur parallela EF, & per ipſam EF, ſecetur conus plano ſecante circulum DIG, ſecundum rectam lineam IFK, perpendicularem ad DG, & faciat ſectionem in ſuperficie coni lineam IEK, ea igitur ſectio; erit*parabola. 11. 1. Apoll.

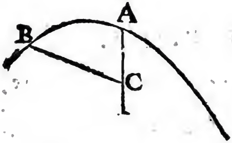




Deinde à puncto E, ipſi EF, ducatur ad rectos angulos EM, & fiat vt rectangulum DHG, hoc eſt vt quadratum D*H*, vel *H*G, (ſunt enim æquales DH, HG,) ad quadratũ DG, ita recta *H*E, ad EM, erit*igitur EM, latus rectum parabolæ IEK. Et quoniam rectus eſt angulus *H*, quadratum DG, æquale erit quadratis DH, *H*G, ſed quadra- 11. 1. Apoll.
ta D*H*, *H*G, ſunt interſe æqualia: ergo quadratum DG, duplum erit quadrati *H*G, vel *H*D, quare, & EM, dupla erit ipſius E*H*, eſt enim EH, ad EM, ſicut quadratum *H*G, vel *H*D, ad quadratum DG. Sed & AL, dupla ponitur ipſius E*H*, ergo EM, erit æqualis ipſi AL.

Et quoniam triangulum D*H*G, rectum eſt ad circulum DIG, communi autem eorum ſectioni DG, perpendicularis eſt IF, erit*IF, per- Def. 4.
pendicularis ad triangulum DHG, quare &* ad omnes rectas lineas, 11. Ele.
quæ ipſam IF, contingunt, & in eodem ſunt plano. ergo & ad EF. Def. 3. 11. Ele.
Quoniam igitur AL, latus rectum parabolæ AB, æquale eſt ipſi EM, lateri recto parabolæ IEK, & angulus ACB, contentus applicata, & diametro æqualis angulo EFI, contento applicata, & diametro: vterq; enim eſt rectus, *erit parabola AB, parabolæ IEK, eadem. 3 huius

SED non ſit rectus angulus ACB, hoc eſt diameter AC, non ſit axis. 46. 2. Apoll. inuento * autẽ axe, ordinatim ad ipſum applicatæ in angulo recto applicabuntur, quare eadem ratione qua ſupra ſiue priori, ſiue poſteriori oſtendetur parabolam cuius inuentus eſſet axis, hoc eſt parabolam AB, parabolæ coni recti rectanguli eandem eſſe. Cuiuſcunque igitur coni parabola parabolæ coni recti rectanguli eadem eſt, quod erat oſtendendum.

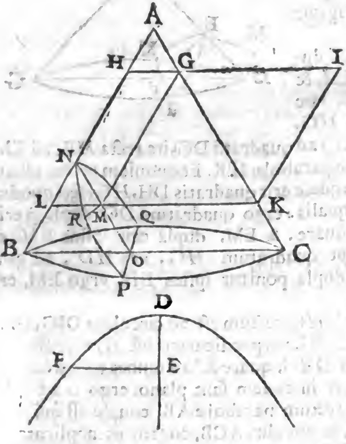


PROBLEMA I. PROP. V.

IN dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inuenire.

SIT datus conus cuius vertex punctum A, baſis BC, circulus, data autẽ parabola, cuius diameter DE, oportet in cono dato parabolam inuenire eandem parabolæ D, à quocunque puncto F, in ſectione ſumpto ad diametrum DE, ordinatim applicetur FE, & ſit primum angulus DEF, rectus, hoc eſt diameter DE, ſit axis. Secetur * conus plano per axẽ ad rectos angulos baſi coni, & faciat ſectionẽ triangulum ABC, in AC, autem ſumatur AG, æqualis DE, & ipſi BC, parallela agatur GH, & producatur ad partes G, & fiat quadrato FE, æquale rectangulum HGI, ipſi autem AB, parallela agatur IK, & ipſi GH, vel BC, parallela KL, & in LK, ſumatur LM, æqualis HG, & per M, ipſi AC, parallela agatur NMO, deinde ſecetur conus per NO, plano quod ſit ad rectos angulos

14. 2. Sereni



los triangulo ABC, & faciat ſectionẽ in ſuperficie coni lineam PNQ. communis autem ſectio plani ſecantis, & circuli BC, ſit POQ. Quoniam igitur triangulum ABC, rectum eſt, & ad planum ſecans, & ad circulum BC, communis ipſorum ſectio PO, *ad triãgulum ABC, perpendicularis erit: quare & *ad omnes rectas lineas, quæ in triangulo ipſam contingunt, ergo ad vtranque ipſarum BC, NO. Quoniam igitur conus ſecatur plano ſecante baſim coni ſecundum rectam lineam PO, perpendicularem ad BC, baſim trianguli per axem, diameter autem ſectionis videlicet NO, parallela eſt ipſi AC, lateri trianguli per axem, erit *coni ſectio PNQ, parabola. 19. 11. Elem. Def. 3. 11. Ele. 11. 1. Apoll.

Rurſus quoniam BC, parallela eſt ipſi LK, ducta MR, parallela ipſi OP, planum quod tranſit per LK, RM, *æquidiſtans erit plano per BC OP, hoc eſt baſi coni, ideoque *planum per LK, RM, circulus erit, cuius diamenter LK. & quoniam RM, perpendicularis, eſt ad LK, quod & PO, ad BC, quadratum RM, æquale erit rectangulo LMK, hoc eſt HGI, eſt, enim HG, æqualis LM, ex conſtructione, & GI, æqualis MK, quia cum ſit parallelogrammum HIKL, erit HI, æqualis LK, ablatis æqualibus HG, LM, reliqua GI, æqualis erit reliquæ MK, ſed & quadratum FE, æquale eſt rectangulo HGI, ex conſtructione, ergo quadratum RM, æquale erit quadrato FE, & recta RM, æqualis rectæ FE. 15. 11. Elem. 4. 1. Apoll.

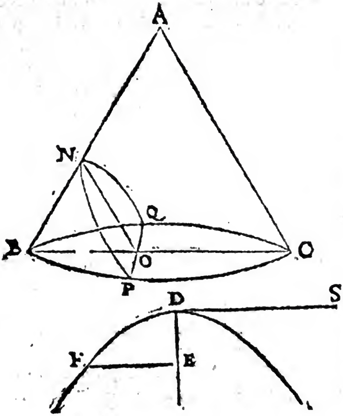
Et quoniam LM, parallela eſt ipſi HG, & æqualis, iuncta GM, erit parallela ipſi HL, ſed & NM, parallela eſt ipſi AG, ergo parallelogrammum erit ANMG: quare NM, æqualis AG, ſed AG, æqualis eſt DE, ex conſtructione, ergo & NM, ipſi DE, æqualis erit.

Et quoniam parallelæ ſunt PO, RM, erunt anguli NOP, NMR, æquales, ſed rectus eſt NOP, quod PO, perpendicularis eſt ad NO, ergo & NMR, rectus erit, & ideo angulo recto DEF, æqualis.

Itaque quoniam ordinatim applicata RM, æqualis eſt ordinatim applicatæ FE, & ſegmentum NM, diametri interiectum inter verticem & applicatam æquale ſegmento DE, diametri inter verticem, & applicatam interiecto, eſt autem, & angulus NMR, æqualis angulo DEF, erit ex Theor. 2. parabola PNQ, datæ parabolæ D, eadem.

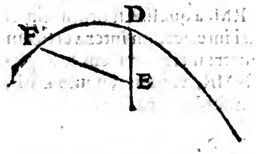
A L I T E R.

SIT datus conus, & parabola vt ſupra, & oporteat facere, quod imperatum eſt. Sumatur quodcumque punctum F, in ſectione, & ordinatim applicetur FE, & ſit primum angulus DEF, rectus, hoc eſt diameter DE, ſit axis, & ducatur ipſi DE, perpendicularis DS, & fiat quadrato FE, æquale rectangulum EDS, *erit igitur DS, recta iuxta quam poſſunt ordinatim applicatæ; ſeu latus rectum, deinde *ſecetur conus plano per axem, quod ſit ad rectos angulos baſi 11. 1. Apoll. 14. 2. Seren.



coni, & faciat ſectionem triangulum ABC, & fiat vt quadratum BC, ad rectangulum BAC, ita recta linea DS, ad aliam rectam, cui æqualis ponatur AN, & ipſi AC, agatur parallela NO, per quam ſecetur conus plano ad rectos angulos triangulo ABC, & faciat ſectionem in ſuperficie coni lineam PNQ, communis autem ſectio plani ſecantis, & circuli BPC, ſit POQ eadem ratione qua ſupra oſtendetur angulum NOP, eſſe rectum, & lineam PNQ, eſſe parabolam.

Et quoniam eſt, vt quadratum BC, ad rectangulum BAC, ita DS,
11. 1. ad AN, *erit parabolæ PNQ, latus rectum DS.
Apoll. Quoniam igitur latus rectum parabolæ PNQ, æquale eſt lateri recto parabolæ DF, atque angulus NOP, contentus applicata & diametro æqualis angulo DEF, contento applicata, & diametro, rectus eſt
3. huius enim vterque, *erit parabola PNQ, parabolæ DF, eadem.



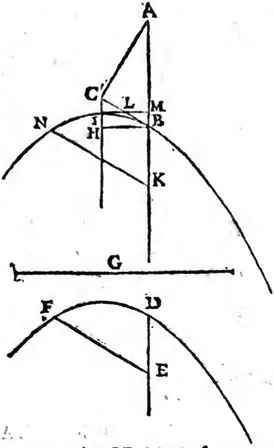
46. 2. Apoll.

Sed non ſit rectus angulus DEF, hoc eſt diameter DE, non ſit axis: inuento *autem axe, eadem ratione, qua ſupra, in dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inueniemus. In dato igitur cono, datæ parabolæ, eadem parabola inuenta eſt, quod erat faciendum.

Sed exiſtente angulo DEF, obliquo, aliter quoque in dato cono datæ parabolæ eandem parabolam inueniemus hac ratione.

FIAT quadrato EF, æquale rectangulum ſub DE, & alia recta li-
11. 1. nea, quæ ſit G, diametro igitur exiſtente DE, *erit G, latus rectum. an-
Apoll. gulo autem DEF, æqualis angulus ABC, conſtituatur, & ſumatur AB, æqua-

æqualis dimidiæ G, ipſique BC, ducatur ad rectos angulos AC, & agatur ipſi AB, parallela CH, cui perpendicularis ducatur BH, & CH, bifariam ſecetur in I, deinde intelligatur parabola, cuius vertex punctum I, axis vero IH, & ad axẽ ordinatim applicata HB, cui parabolæ eadem parabola inueniatur in dato cono, quod quomodo fieri oporteat iam dictum eſt. inuenta parabola ſit IB. quoniam igitur CI, IH, ſunt æquales, recta CB, *cõtinget ſectionem in B, & AB, diameter *erit ſectionis, quia parallela eſt ipſi CH. à ſectione autem ad AB, ducatur NK, parallela ipſi CB, contingenti, erit * igitur NK, ad diametrum AB, ordinatim applicata, & angulus AKN, æqualis erit angulo ABC, hoc eſt DEF. 33. 1. *Apoll.* 46. 1. *Apoll.*



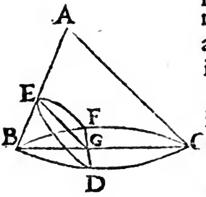
Rurſus ducatur ad AB, perpendicularis ILM, duo igitur triangula ACB, LMB, æquiangula erunt; nam anguli ACB, LMB, ſunt æquales, rectus enim eſt vterque, & angulus, qui ad B, eſt communis, ergo, vt BL, ad BM, ita erit BA, ad BC, & ita BA, dupla ad duplam BC, eſt enim eadem ratio dupli ad duplum, quæ ſimpli ad ſimplum: quare exiſtente diametro AB, erit *latus rectum dupla ipſius BA, ſed dupla ipſius BA æqualis eſt ipſi G, lateri recto parabolæ, cuius diameter DE, ex conſtructione, ergo exiſtente diametro AB, latus rectum æquale erit lateri recto parabolæ D. 49. 1. *Apoll.*

Itaque quoniam latus rectum parabolæ, cuius diameter AB, æquale eſt lateri recto parabolæ D, & angulus BKN, contentus applicata, & diametro æqualis angulo DEF, contento applicata, & diametro. erit parabola, *cuius diameter AB, eadem parabolæ D. in dato igitur cono datæ parabolæ, inuenta eſt eadem parabola, quod erat faciendum. 3. *huius*

De ratione, qua inueniuntur hyperbolæ, & Ellipſes datis eædem, alibi tractabimus.

COROLLARIVM I.

EX demonſtratis colligitur coni ſcaleni parabolam, in qua ordinatim applicatę in angulo obliquo applicantur, eſſe por-

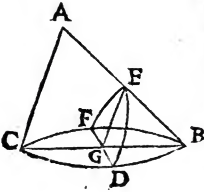


portionem parabolę coni recti abſciſſam non ad rectos angulos ipſius parabolę axi. Dixi in qua ordinatim applicatæ in angulo obliquo applicantur, quia inueniuntur etiam infinitæ parabolæ in cono ſcaleno, in quibus ordinatim applicatę in angulo recto applicantur.

14. 2. seren.

Secetur* enim conus ABC, ſcalenus plano per axem ad rectos angulos baſi BC, & faciat ſectionem triangulum ABC, ſecetur autem, & altero plano ſecundum rectas lineas EG, DGF, quarum EG, æquidiſtet lateri AC, ipſa vero DGF, ſit perpendicularis ad BC, & faciat ſectionem in ſuperficie coni lineam DEF, ea * igitur linea erit parabola, ad cuius diametrum EG, ordinatim applicatæ in angulo recto* applicabuntur.

11. 1. Apoll. 7. 1. Apoll.



COROLLARIVM II.

Colligitur etiam omnes parabolas ad conſtruenda comburentia ſpecula eſſe idoneas.

Demonſtratum enim eſt ab Orontio & à Vitellione parabolas coni recti rectanguli ad conſtructionem ſpeculorum comburentium eſſe idoneas, ſed parabola cuiuſcunque coni eadem eſt, quæ coni recti rectanguli, vt prop. 4. demonſtrauimus, ergo omnes parabolæ ad conſtruenda comburentia ſpecula ſunt idoneæ.

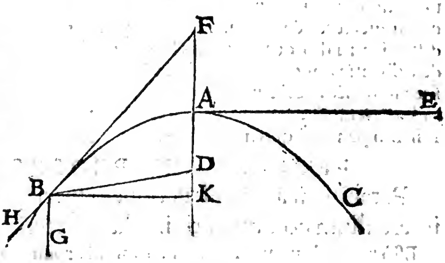
Sed & illud quod Orontius, & Vitellio de ſola coni recti, atque rectanguli parabola demonſtrarunt, hoc eſt ſolares radios in ſpeculum iuxta coni recti, atque rectanguli parabolam excauatum incidentes, ita vt axi æquidiſtent, ad vnum communem punctum reflectere: nos deletis multis, paucis mutatis, breuiter, & expedite ſequenti Theoremate de omni parabola demonſtrabimus.

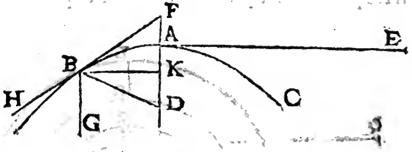
THEO-

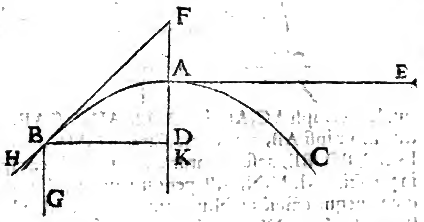
THEOREMA V. PROPOS. VI.

OMnes radij ſolares in ſpeculum concauum à quacunque parabola circa manentem axem circumducta deſcriptum, incidentes ita vt axi æquidiſtent, reflectuntur ad vnum idemque axis punctum, quod ſcilicet à vertice ſpeculi diſtat interuallo quartæ partis lateris recti parabolæ ipſum ſpeculum deſcribentis.

Sit cuiuſcumque coni parabola ABC, cuius axis AD, recta vero iuxta, quam poſſunt ordinatim applicatæ, ſeu latus rectum AE, & ſumatur AD, ita vt eius quadrupla ſit A E, & à quouis puncto B, in ſectione ducatur BG, æquidiſtans ipſi AD, & recta HBF, contingat ſectionem in B, & iungatur BD, oſtẽdendum eſt primum angulos HBG, DBF, eſſe æquales. Applicetur enim ad AD, ordinatim BK, quoniam igitur B F, contingit ſectionem in B, * erit FA, æqualis AK, & ex propoſ. 8. 2. Elemen. quadruplum rectanguli D A K, (hoc eſt rectangulũ EAK, eſt enim EA, quadrupla ipſius AD,) vnà cũ qua-







35. 1. Apoll.

quadrato KD,æquale erit quadrato compoſitæ ex DA, AK,hoc eſt qua
11. 1. drato FD,ſed rectangulum EAK,(cui*æquatur quadratum BK,)vnà cũ
Apoll. quadrato KD, * æqualia ſunt quadrato BD,ergo quadratum BD, qua-
47. 1. drato FD, erit æquale, quare & recta BD, rectæ FD, & angulus DBF,
Elem. angulo DFB,ſed angulus DFB,æqualis eſt angulo HBG,ratione æqui
diſtantium B G, F D, ergo angulus H B G, æqualis erit angulo D B F, quod erat demonſtrandum.

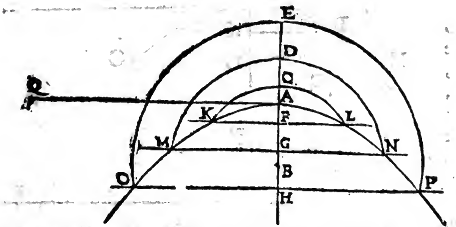
At vero ſi parabola ABC,fuerit coni ſcaleni,& AD, non ſit axis, ſed diameter. inuento axe,& latere recto,& poſitis quæ ſupra, eadem ratione,qua ante demonſtrabitur prædicta angulorum æqualitas.

Hoc igitur demonſtrato patet omnes radios ſolares in ſpeculum iuxta quamuis parabolam excauatũ, incidentes,ita vt æquidiſtẽt axi ſpeculi,reflectere ad vnum idemq; axis punctum, quod ſcilicet à vertice diſtat interuallo quartæ partis lateris recti parabolæ ipſum ſpeculum deſcribentis, quoniam reflexio radiorum à quocumque in ſuperficie ſpeculi puncto fit ſecundum æqualitatem angulorum, quos continent radius incidens, & reflexus cum linea contingente ſuperficiem ſpeculi in illo puncto à quo fit reflexio.

PROBLEMA II. PROPOS. VII.

Parabolam ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum comburentis in plano deſcribere.

Eſtò propoſitum interuallum AB,quod producatur ad partes A, & ſi res poſtulauerit,producatur etiam ad partes *B*,& ſupra punctum A, ſumãtur quotcunq; puncta C, D, E, quo autem plura, & propinquiora,eo accuratius parabola deſcribetur. totidẽ puncta F,G,H,ſumantur infra A, ita vt ſint æquales AF, ipſi AC,AG,ipſi AD,& AH, ipſi AE,& per puncta F,G,H, ducantur ipſi AB, perpendiculares KL,MN,OP,& centro B,interuallis BC, BD, BE, deſcribantur circuli,qui ſecent ipſas perpendiculares in punctis K,L,M,N,O,P, per quæ ducatur linea æquabiliter progrediens,neque efficiẽs gibbum,aut angulum alicubi, qualis eſt linea inflexa, OMKALNP, dico ipſam lineam eſſe parabolam,quæ ſi ſuperficiem



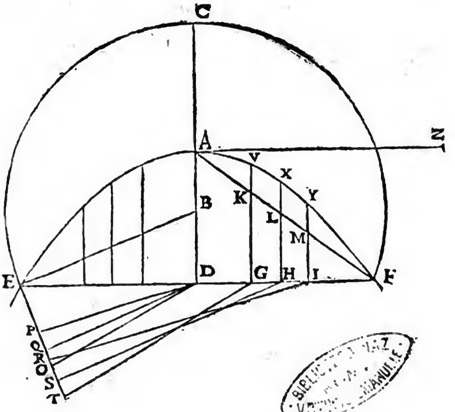
ciem ſpeculi concauam deſcribat,omnes radij ſolares in ipſum ſpeculũ incidentes æquidiſtanter ipſius axi reflectentur in B, ponatur enim AQ, quadrupla ipſius AB,& iungatur KB,quoniam igitur ſunt æquales BC,BK,vt ſemidiametri,erunt & earum quadrata æqualia,ſed quadratum KB, æquale eſt quadratis KF,FB, & quadratum CB,* æquale quadruplo rectanguli BAF, vnà cum quadrato FB,commune auferatur quadratum F B,reliquum igitur reliquo erit æquale : hoc eſt quadratum KF, quadruplo rectanguli BAF, ſed quoniam AQ, quadrupla eſt ipſius AB , rectangulum Q A F, erit æquale quadruplo rectanguli BAF,ergo quadratum KF,æquabitur rectangulo QAF, quare per punctum K,tranſibit parabola,cuius vertex A,axis vero AB,& rectum latus AQ. eadem ratione oſtendemus ipſam parabolam tranſire per reliqua puncta O,M,L,N,P. 8. 2. Elem.

Si igitur ſuperficies ſpeculi concaua à prædicta parabola deſcribatur circa manentem axem AB,circũducta,radij ſolares in ipſum ſpeculum incidentes axi æquidiſtanter reflectentur in *B* , id autem demonſtrauimus in antecedenti Theoremate,quoniam ipſius AB,quadruplũ eſt latus rectum AQ, parabolæ ipſum ſpeculum deſcribentis . Deſcripta igitur eſt parabola in plano ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum AB,comburentis,quod facere oportebat.

ALITER.

Eſtò propoſitum interuallum , vt ſupra A B , quod producatur ad vtraſque partes ſi opus fuerit,& in eo ſumantur duo puncta C,D,æque diſtantia ab ipſoA,& per D,ducatur ipſi AB,ad rectos angulos EDF, & centro B,interuallo BC,deſcribatur circulus ſecans rectam EDF,in punctis E, F, & iungatur AF, & in DF, ſumantur quotcunque puncta G,H,I,quo plura,eo accuratius parabola deſcribetur , & ipſi AD, parallelæ agantur GK,HL,IM,& à puncto E,ducatur E T,vtcumque faciens angulum TED,in qua ſumantur EP, EQ, EO, æquales ipſis IM, HL,GK,prima primæ, ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps , & iungantur PD,QD,OD,quibus parallelæ agantur, videlicet IR, ipſi DP, HS, ipſi DQ,& GT, ipſi DO,& producantur GK, H L, I M, ita vt ſint æquales GV,ipſi ET,HX, ipſi ES, & IY, ipſi ER , deinde ſumantur in ED , tot puncta,quot ſunt in DF,ita vt diſtent à puncto D,eo interuallo quo diſtant ipſa puncta G,H,I,& per ea ducantur parallelæ ipſi AB,ipſis vero GV,HX,IY,æquales,prima ſcilicet primæ, ſecunda ſecundæ, & ſic deinceps,& per puncta F,Y,X,V,A, & per ea quæ ſunt ex altera parte ducatur linea æquabiliter progrediens , qualis eſt linea inflexa FYXVAE,dico ipſam lineam eſſe parabolam,à qua ſi deſcribatur concaua ſpeculi ſuperficies , omnes radij ſolares in ipſum ſpeculum incidentes ita vt axi AB,æquidiſtent,reflectentur in B,ponatur enim AZ,quadrupla ipſius AB, & iungatur E*B*, oſtendetur eadem ratione qua ſupra in

priori



priori deſcriptione parabolæ quadratum ED,vel DF,æquari rectangulo ZAD,quare per puncta E, F, tranſibit parabola cuius vertex A, axis vero AB,& latus rectum AZ,& punctum reflexionis radiorum ſolarium erit idem,quod B,quoniam ipſum punctum B, diſtat ab A, interuallo quartæ partis lateris recti ZA.

Et quoniam parallelæ ſunt PD,RI, erit vt ED,ad DI,ita EP,hoc eſt IM,ad PR,hoc eſt ad MY,ergo ex demonſtratis ab Archimede prop.4. lib. de quadratura parabolæ, parabola tranſiens per puncta E, A,F, tranſibit & per punctum Y.

Simili ratione oſtendemus ipſam parabolam tranſire etiam per reliqua puncta X,V, & per ea quæ ſunt ex altera parte axis AB, deſcripta igitur eſt parabola FYXVAE, in plano ad conſtructionem ſpeculi ad propoſitum interuallum AB,comburentis,quod facere oportebat.